

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи



Любин Игорь Евгеньевич

ПАРАМЕТР ПОРЯДКА И ЛОНДОНОВСКАЯ ГЛУБИНА  
ПРОНИКНОВЕНИЯ В ОПТИМАЛЬНО- И  
ПЕРЕДОПИРОВАННЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ  
КУПРАТАХ

Специальность 01.04.07 – Физика конденсированного состояния

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Казань – 2011

Работа выполнена на кафедре квантовой электроники и радиоспектроскопии  
ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Еремин Михаил Васильевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Тагиров Ленар Рафгатович

доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
Михеенков Андрей Витальевич

Ведущая организация: Казанский физико-технический  
Институт им. Е. К. Завойского  
КазНЦ РАН

Защита состоится 3 марта 2011 г. в 14:30 часов на заседании диссертационного  
совета Д. 212.081.15 при ФГАОУ ВПО «Казанский (Приволжский) федеральный  
университет» по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ФГАОУ ВПО  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет».

Автореферат разослан «\_\_\_\_» января 2011 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук  
профессор



Еремин М. В.

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** Несмотря на то, что изучение высокотемпературной сверхпроводимости в купратах продолжается уже третье десятилетие, вопрос о механизме сверхпроводимости остается открытым. Это связано с исключительной сложностью подобных систем. Имеется ряд сильных межэлектронных взаимодействий, которые могут определить механизм сверхпроводимости в этих системах. К ним относятся суперобменное взаимодействие спинов, кулоновское взаимодействие, взаимодействие через оптические фононы, через плазменные колебания и т. д. Фазовая диаграмма купратов очень сложна и богата. Соединения  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ ,  $\text{YBa}_2\text{CuO}_6$  – диэлектрики. А при введении в них дырок порядка 10%, то это уже высокотемпературные сверхпроводники. Яркая особенность и отличие их от низкотемпературных сверхпроводников состоит в том, что параметр порядка зависит от волнового вектора. Качественно это обстоятельство можно истолковать как проявление короткодействующих потенциалов спаривания, типа обменного.

Важную информацию о параметрах сверхпроводящей щели можно получить путем исследования температурных зависимостей глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник (лондоновская глубина проникновения).

**Постановка задачи.** Исследовать решения интегрального уравнения на параметр порядка, предполагая доминирующую роль короткодействующих потенциалов спаривания. Выяснить насколько сильны должны быть поправки от взаимодействий вторых, третьих и других дальних соседей, чтобы описать наличие высших гармоник в параметре сверхпроводящей щели, которые наблюдаются в последние годы в различных экспериментах. Освоить методику расчета температурной зависимости плотности сверхпроводящего тока, что даст возможность получить прямую информацию о сверхпроводящей компоненте тока путем обработки (фитирования) имеющихся экспериментальных данных.

**Научная новизна.** К новым результатам можно отнести:

1. Решение уравнения типа БКШ для короткодействующих потенциалов спаривания, при учете взаимодействия вплоть до шестых соседей на квадратной решетке.
2. Определение зависимости параметра порядка, соответствующего образованию куперовских пар с ненулевым суммарным импульсом.
3. Вывод формулы для магнитной глубины проникновения в сверхпроводник, применимой при произвольном законе дисперсии квазичастиц и зависимости параметра порядка от волнового вектора. И определение с помощью этой формулы отношения  $2\Delta/k_B T_c$  для ряда слоистых купратов.

**Научная и практическая значимость результатов исследований.** Полученные результаты являются качественно новыми. Выведенная формула для глубины проникновения позволила определить отношение  $2\Delta/k_B T_c$  для ряда слоистых купратов, а также получить дополнительные аргументы в пользу доминирующего  $d$ -типа спаривания в слоистых купратах.

**Апробация работы.** Основные результаты работы докладывались на: международной молодежной научной школе «Актуальные проблемы магнитного резонанса и его приложений», 2005 и 2006, Казань; Международной конференции «Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости», 2006 и 2008, Москва, ФИАН; на итоговой конференции Казанского университета, 2010, Казань.

**Публикации.** Всего публикаций по теме диссертации 13, в том числе в изданиях рекомендованных ВАК – 2 статьи.

**Личный вклад автора:**

- Решение интегрального уравнения на параметр порядка при различных вариантах задания Фурье-образа потенциала спаривания;
- Расчет энергетической щели в спектре возбуждений слоистого сверхпроводника с ненулевым суммарным импульсом куперовских пар;
- Участие в выводе формулы для лондоновской глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник, проведении численных расчетов и построении графиков;
- Участие в обсуждении и интерпретации результатов, в написании статей и тезисов.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы из 92 наименований. Работа изложена на 92 страницах, содержит 23 рисунка и 4 таблицы.

## Краткое содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной темы, формулируется цель исследования и задачи, решаемые в диссертации, дается общее описание работы и ее составных частей.

**Первая глава** посвящена решению интегральных уравнений типа БКШ при короткодействующем потенциале спаривания. Вначале дается обзор основных свойств и характеристик высокотемпературных сверхпроводников, необходимых для дальнейшего изложения материала. Рассматривается суперобменный механизм спаривания в рамках так называемой  $t - J$  модели. Далее отмечается, что анализу решения уравнения типа БКШ, когда в ядро интегрального уравнения включается Фурье-образ суперобменного взаимодействия, посвящено довольно много работ (например [1]). Основное достоинство решения состоит в том, что оно приводит к зависимости параметра сверхпроводящей щели от волнового вектора вида:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{\Delta_0}{2} (\cos k_x a - \cos k_y a). \quad (1)$$

Это выражение соответствует большому числу экспериментальных данных, полученных самыми различными методами: ядерный магнитный резонанс, фотоэлектронная эмиссия, туннельная спектроскопия, рамановское рассеяние, неупругое рассеяние нейтронов и данным по магнитной глубине проникновения в сверхпроводник.

Оказалось, что в тех случаях, когда химический потенциал располагается в области центра зоны, то зависимость щели от волнового вектора определяется формулой  $\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{\Delta_d(T)}{2} (\cos k_x a - \cos k_y a)$ . Это так называемое решение с симметрией  $d$ -типа. В тех случаях, когда химический потенциал располагается у дна зоны, решение имеет вид  $\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{\Delta_s(T)}{2} (\cos k_x a + \cos k_y a)$ . Говорят, что это решение соответствует симметрии  $s$ -типа. При тетрагональной симметрии эти два типа решения интегрального уравнения БКШ соответствуют различным неприводимым представлениям точечной группы симметрии зоны Бриллюэна. Одновременно они существовать не могут. Ситуация меняется, если есть ромбические искажения кристаллической решетки. В этом случае оба типа указанных решений соответствуют одному и тому же неприводимому представлению. Поэтому предоставляется возможность сравнить относительные вклады дальнего (фононного) и короткодействующего (обменного) взаимодействий в величину сверхпроводящей щели. Для этого решается уравнение типа БКШ:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{2E_{\mathbf{k}'}} \tanh\left(\frac{E_{\mathbf{k}'}}{2k_B T}\right). \quad (2)$$

Здесь Фурье-образ энергии взаимодействия квазичастиц содержит вклады короткодействующих и дальнегодействующих взаимодействий:  $V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') =$

$V_{ex}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') + V_0$ . Доминирующая часть короткодействующего взаимодействия  $V_{ex}$  – это суперобменное. В дальнодействующей части – взаимодействие через поле фононов и кулоновское взаимодействие, как в теории БКШ, обозначим через  $V_0$  и будем считать независимым от волнового вектора. Тогда имеем:

$$V(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = 2J_x \cos(k_x - k'_x)a + 2J_y \cos(k_y - k'_y)a + 2V_0 \theta(\hbar\omega_D - |\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \mu|).$$

Здесь  $\theta(\hbar\omega_D - |\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \mu|)$  – тэта-функция. Как и в теории БКШ, она учитывает, что не может быть фононов с частотой больше предельной частоты  $\omega_D$  – частоты Дебая. В купратах  $\hbar\omega_D \approx 70 \text{ meV}$ .

Ромбические искажения вводятся через соотношение:  $J_x = 1.1J_y$ . Зависимость энергии квазичастиц от волнового вектора (закон дисперсии) в настоящее время довольно подробно изучен методами фотоэлектронной эмиссии. Необходимые интегралы перескоков  $t$  взяты из статьи [2], согласно которой:

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2}t_1[(1 + \delta_t) \cos k_x a + (1 - \delta_t) \cos k_y b] + t_2 \cos k_x a \cos k_y b + \frac{1}{2}t_3[(1 + \delta_t) \cos 2k_x a + (1 - \delta_t) \cos 2k_y b] + \frac{1}{2}t_4(\cos 2k_x a \cos k_y b + \cos k_x a \cos 2k_y b) + t_5 \cos 2k_x a \cos 2k_y b, \quad (3)$$

где  $\delta_t = -0.03$  – параметр ромбичности.

Рассчитанная зависимость параметров энергетической щели от температуры приведена на рисунке 1. Значения энергетической щели  $\Delta_x$  в точке  $(k_x, k_y) = (\pi, 0)$  и  $\Delta_y$  в точке  $(k_x, k_y) = (0, \pi)$  равны:

$$\Delta_x = -\Delta_x - \Delta_y + \Delta_s \cong 13.9 \text{ meV},$$

$$\Delta_y = \Delta_x + \Delta_y + \Delta_s \cong 17.2 \text{ meV}.$$

Их отношение  $|\Delta_x|/|\Delta_y| \cong 0.8$  согласуется с наблюдаемыми экспериментальными данными по фотоэмиссии, туннельной спектроскопии, рамановской спектроскопии.

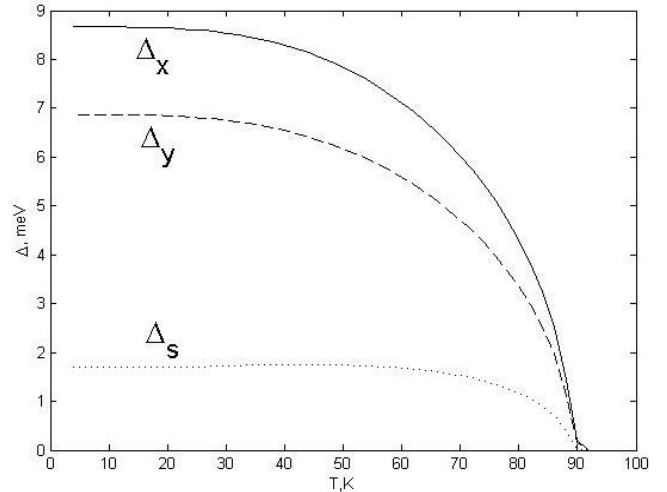


Рисунок 1. Рассчитанная температурная зависимость компонент щели:  $\Delta_x$  (сплошная),  $\Delta_y$  (тире) и  $\Delta_s$  (пунктирная). Параметры взаимодействий следующие [meV]:  $J_y = 68.5$ ,  $J_x = 1.1J_y$  и  $V_0 = 0.8J_y$ .

К настоящему времени имеется несколько экспериментальных работ, где представлены данные, свидетельствующие об отклонении от указанной простой зависимости (1). Это, например, работы по фотоэмиссии (ARPES) для дырочно-допированных сверхпроводников  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  [3] и для электронно-допированных сверхпроводников  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  по рамановской спектроскопии [4].

В работе [3] экспериментальные данные описывались формулой:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \Delta_0 [B \cos(2\phi) + (1 - B) \cos(6\phi)],$$

где  $0 \leq B \leq 1$ . Здесь  $\cos(2\phi)$  – это обычная  $d$ -волна, которая может быть сопоставлена с простой зависимостью  $\cos(k_x a) - \cos(k_y a)$ . А слагаемое с  $\cos(6\phi)$  – это высшая гармоника, обладающая  $d$ -волновой симметрией. Угол  $\phi$  отсчитывается от границы зоны Бриллюэна.

Здесь вновь рассматривается уравнение типа БКШ (2), но без ромбических искажений  $\delta_t = 0$ . Фурье-образ взаимодействия берется при учете всевозможных соседей, вплоть до шестых:

$$V(\mathbf{k}) = 2J_1(\cos k_x a + \cos k_y a) + 4J_2 \cos k_x a \cos k_y a + 2J_3(\cos 2k_x a + \cos 2k_y a) + 4J_4(\cos 2k_x a \cos k_y a + \cos k_x a \cos 2k_y a) + 4J_5 \cos 2k_x a \cos 2k_y a + 2J_6(\cos 3k_x a + \cos 3k_y a).$$

Значения параметров взаимодействия  $J_1, J_2, \dots, J_6$  в потенциале рассматривались в качестве варьируемых переменных. При каждом их наборе параметры сверхпроводящей щели рассчитывались самосогласованно методом последовательных итераций. Решение уравнения получилось с симметрией  $d$ -типа:

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \Delta_1(\cos k_x a - \cos k_y a) + \Delta_3(\cos 2k_x a - \cos 2k_y a) + \Delta_4(\cos 2k_x a \cos k_y a - \cos k_x a \cos 2k_y a) + \Delta_6(\cos 3k_x a - \cos 3k_y a).$$

Результаты приведены на рисунке 2. Приведенный расчет показывает, что для объяснения экспериментальных зависимостей сверхпроводящей щели от волнового вектора требуется допустить наличие весьма сильных взаимодействий не только между ближайшими, но и между удаленными соседями. Очевидно, что одно лишь суперобменное взаимодействие не обладает таким свойством.

В последнем параграфе рассматриваются другие подходы описания высших гармоник в параметре порядка энергетической щели. В частности в рамках так называемого флуктуационно-обменного приближения.

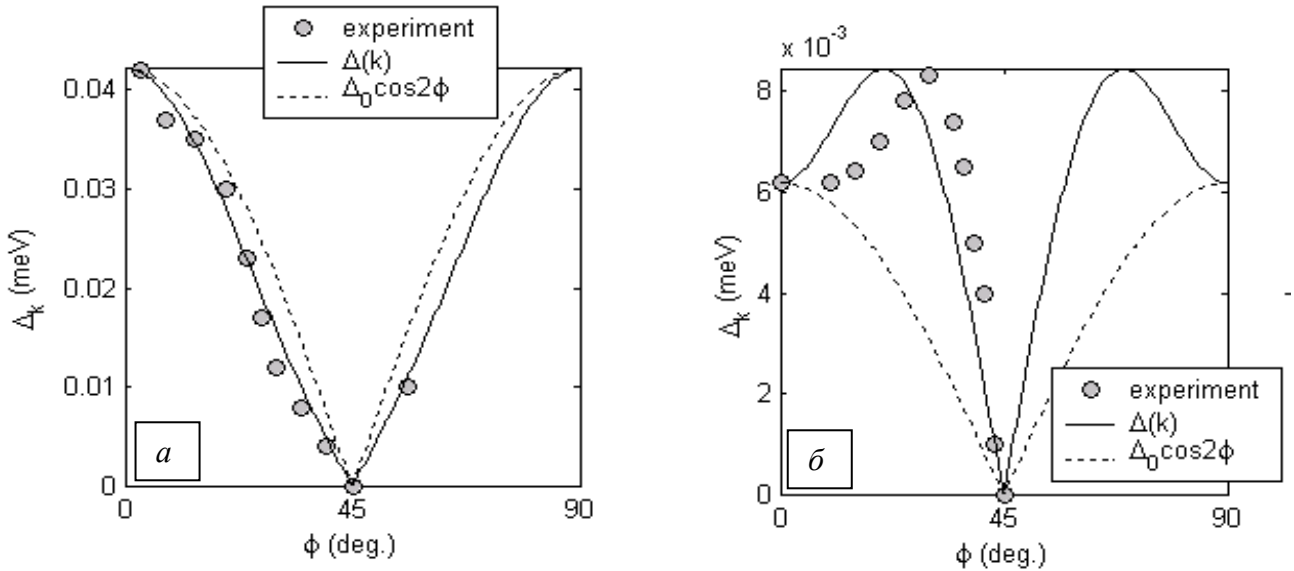


Рисунок 2. Зависимость сверхпроводящей щели  $\Delta_{\mathbf{k}}$  от угла  $\phi$ . Пунктирная линия соответствует энергетической щели без высших гармоник  $\Delta_0 \cos 2\phi$ .

а) Для дырочно допированного сверхпроводника  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ . Экспериментальные точки по данным работы [3]. Параметры обменного взаимодействия подобраны следующим образом [eV]  $J_1 = 0.106$ ,  $J_3 = -0.03$ ,  $J_4 = 0.04$ ,  $J_6 = -0.03$  и остальные равны 0.

б) Для электронно допированного сверхпроводника  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ . Экспериментальные точки по данным работы [4]. Параметры обменного взаимодействия подобраны следующим образом [eV]  $J_1 = 0.115$ ,  $J_6 = 0.081$  и остальные равны 0.

Во второй главе приведены результаты расчета энергии образования куперовских пар в слоистых купратах при ненулевом суммарном импульсе. Эта проблема затрагивалась уже самим Купером в его первой работе [5]. В рамках предположения о фононном механизме спаривания он установил, что такие пары неустойчивы. По мере того как куперовские пары начинают двигаться, они «саморазрушаются». Это не обычные бозоны, у которых суммарный импульс, в принципе, может быть произвольным.

Зависимость энергии связи куперовских пар от суммарного импульса, в случае фононного механизма спаривания подробно анализировалась в работах испанской группы [6]. Они обнаружили, что энергия связи в куперовской паре уменьшается линейно с ростом суммарного импульса:  $\Delta_q \xrightarrow{q \rightarrow 0} \Delta_0 - \frac{2}{\pi} \hbar v_F q + O(q^2)$ . Имеется некоторое критическое значение суммарного импульса, при котором энергия связи куперовской пары обращается в нуль (импульс расспаривания). В случае не фононных механизмов спаривания это заключение не очевидно и может оказаться не справедливым.

В работе анализируется частный случай, когда спаривание осуществляется короткодействующими потенциалами. Этот вариант приводит к  $d$ -типу спаривания, что соответствует реальной ситуации в ВТСП купратах. В этой связи постановка задачи о спаривании с ненулевым суммарным импульсом представляют значительный интерес.

Расчет начинается с гамильтониана  $t - J - G$  модели:

$$H = \sum_{i,j,\sigma} t_{ij} \psi_i^{pd,\sigma} \psi_j^{\sigma,pd} - \frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} (\psi_i^{\uparrow,\uparrow} \psi_j^{\downarrow,\downarrow} + \psi_i^{\downarrow,\downarrow} \psi_j^{\uparrow,\uparrow} - \psi_i^{\downarrow,\uparrow} \psi_j^{\uparrow,\downarrow} - \psi_i^{\uparrow,\downarrow} \psi_j^{\downarrow,\uparrow}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} G_{ij} (\psi_i^{pd,pd} - \psi_i^{0,0}) (\psi_j^{pd,pd} - \psi_j^{0,0}),$$

где первое слагаемое – кинетическая энергия, второе – суперобменное взаимодействие, третье – взаимодействие типа плотность-плотность или псевдо-кулоновское взаимодействие. Здесь  $\psi_i^{pd,\sigma}$  ( $\psi_j^{\sigma,pd}$ ) – операторы хаббардовского типа, соответствующие рождению (уничтожению) квазичастиц в зоне проводимости. Затем, применяя технику проецирования и метод функций Грина, было получено уравнение типа БКШ на сверхпроводящий параметр порядка:

$$\Delta_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = -\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}_1} (J(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}) + J(\mathbf{q} - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}) - G(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k})) \frac{\Delta_{\mathbf{k}_1\mathbf{q}}}{E_1 - E_2} (f(E_1) - f(E_2)),$$

где  $f(E) = \frac{1}{e^{\beta E} + 1}$  – Ферми-функция. Показано, что зависимость параметра щели от импульсов определяется формулой:

$$\Delta_{\mathbf{k}\mathbf{q}} = \Delta_x(\mathbf{q}) \cos k_x a + \Delta_y(\mathbf{q}) \cos k_y a + \Omega_x(\mathbf{q}) \sin k_x a + \Omega_y(\mathbf{q}) \sin k_y a,$$

где  $\mathbf{q}$  – суммарный квазиимпульс куперовской пары, а  $\mathbf{k}$  – квазиимпульс отдельной квазичастицы относительно центра масс. В работе были получены численные решения самосогласованной системы интегральных уравнений для



величин  $\Delta_x(\mathbf{q})$ ,  $\Delta_y(\mathbf{q})$ ,  $\Omega_x(\mathbf{q})$  и  $\Omega_y(\mathbf{q})$  вдоль различных линий на  $(q_x, q_y)$  плоскости. Как видно эти температурные зависимости немного отличаются от хорошо известных для куперовских пар с нулевым суммарным импульсом. Параметры зоны проводимости и форма поверхности Ферми взяты согласно имеющимся экспериментальным данным по фотоэмиссии и неупругому рассеянию нейтронов [7].

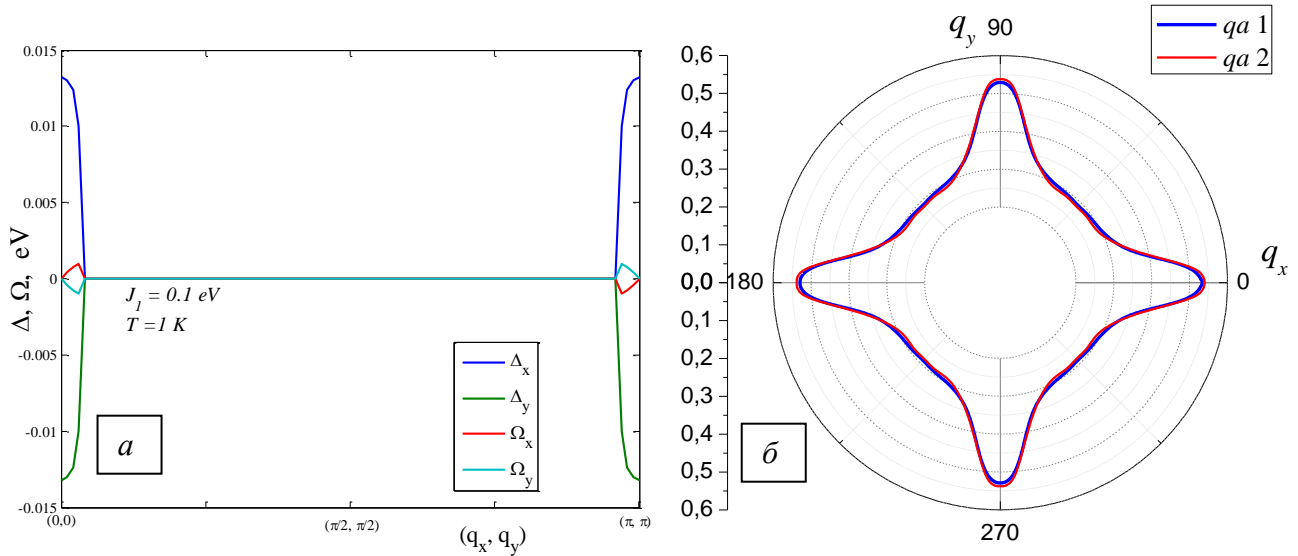


Рисунок 3. Результаты расчета энергетической щели при ненулевом суммарном импульсе пар.

а) Зависимости  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Omega_x$  и  $\Omega_y$  от  $\mathbf{q}$  вдоль диагонали зоны Бриллюэна ( $q_x = q_y$ ). Расчет проводился со следующим набором параметров:  $T = 1\text{ K}$ ,  $J_1 = 0.1\text{ eV}$  и дисперсия взята у Нормана [7]  $t_1 = -0.5951/4$ ,  $t_2 = 0.1636/4$ ,  $t_3 = -0.0519/4$ ,  $t_4 = -0.1117/8$ ,  $t_5 = 0.0510/4$  и  $\mu = -0.1305$ .

б) Анизотропия распаривающего значения  $qa$  в плоскости  $q_x$  и  $q_y$ . Импульс распаривания по диагонали не равен нулю, хотя там нулевая сверхпроводящая щель.

**Третья глава** посвящена исследованию температурных зависимостей лондоновской глубины проникновения, которые могут дать ценную информацию об электронном строении сверхпроводящей компоненты тока в сверхпроводнике и тем самым и о механизме высокотемпературной сверхпроводимости слоистых купратов. В настоящее время природа псевдощелевого состояния слоистых купратов пока не ясна. В этой связи в работе мы ограничились обсуждением температурных зависимостей магнитной глубины проникновения в оптимально- и передопированных купратах.

Вначале делается обзор глубины проникновения в обычных и необычных (ВТСП) сверхпроводниках. Ситуация для необычных сверхпроводников довольно запутана. В частности, для высокотемпературных сверхпроводников на основе купратов, различные группы исследователей, используют различные формулы для описания результатов измерений  $1/\lambda^2$ . Это обстоятельство приводит к различным выводам, имеющим существенное значение для понимания электронной структуры этих соединений.

Чтобы прояснить ситуацию, в работе был сделан вывод формулы для плотности сверхпроводящей компоненты тока  $n_s \propto 1/\lambda^2$  для сверхпроводников

с законом дисперсии квазичастиц, соответствующим случаю сильной связи. Поясняется её принципиальное отличие от соответствующей формулы для обычных сверхпроводников с параболическим законом дисперсии.

При помещении сверхпроводника в магнитное поле любой интеграл перескока в направлении  $n_x$  приобретает множитель:

$$t_{nl}^x \Rightarrow t_{nl} \exp\left(-i \frac{e}{c\hbar} A_x R_{nl}^x\right).$$

Вначале рассматривается поправка к оператору кинетической энергии системы линейная по векторному потенциалу:

$$\delta H_{\text{kin}}^{(1)} = -i \frac{e}{c\hbar} \sum_{n,l,\sigma} t_{nl} A_x R_{nl}^x \alpha_{n,\sigma}^+ \alpha_{l,\sigma},$$

где  $\alpha_{n,\sigma}^+$  ( $\alpha_{l,\sigma}$ ) операторы рождения (уничтожения) квазичастиц в состоянии  $n$  ( $l$ ),  $\sigma = \pm \frac{1}{2}$  – спиновые квантовые числа. Сравнивая это выражение с известным выражением энергии в поле векторного потенциала

$$\delta H_{\text{kin}}^{(1)} = -\frac{1}{c} \sum_{\mathbf{q}} j_x(-\mathbf{q}) A_{\mathbf{q}}^x + h.c.$$

получается общее выражение для Фурье-компоненты оператора плотности тока:

$$j(\mathbf{q}) = -\frac{e}{2\hbar} \sum_{\mathbf{k},\sigma} \left[ \frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk_x} + \frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{d(k_x + q_x)} \right] \alpha_{\mathbf{k},\sigma}^+ \alpha_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\sigma},$$

здесь  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  – обычное выражение для энергии квазичастиц в приближении сильной связи. Отметим, что в приближении параболических зон, когда  $t_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} = (\hbar\mathbf{k})^2/2m$ , где  $m$  – эффективная масса носителей, выражение для тока приобретает вид, приведенный в ряде книг (например [8]):

$$j_x(\mathbf{q}) = -\frac{\hbar e}{2m} \sum_{\mathbf{k},\sigma} [2k_x + q_x] \alpha_{\mathbf{k},\sigma}^+ \alpha_{\mathbf{k}+\mathbf{q},\sigma}.$$

Таким образом, полученное выражение для оператора тока можно рассматривать как естественное обобщение хорошо известного выражения. Последнее справедливо только в случае слабой связи или в случае параболических зон с изотропной эффективной массой носителей заряда.

Далее вычисляются средние значения парамагнитного и диамагнитного тока. И из сравнения выражений для тока с уравнением Лондонов  $\mathbf{j} = -\frac{c}{4\pi\lambda^2} \mathbf{A}$  находится итоговая формула для глубины проникновения:

$$\frac{1}{\lambda^2} = 4\pi \left(\frac{e}{c\hbar}\right)^2 \left\{ \sum_{\mathbf{k}} \frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk_x} \left[ \frac{|\Delta_{\mathbf{k}}|^2}{E_{\mathbf{k}}^2} \frac{d\varepsilon_{\mathbf{k}}}{dk_x} - \frac{(\varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu)}{2E_{\mathbf{k}}^2} \frac{d|\Delta_{\mathbf{k}}|^2}{dk_x} \right] \left[ \frac{1}{E_{\mathbf{k}}} - \frac{\partial}{\partial E_{\mathbf{k}}} \right] \tanh\left(\frac{E_{\mathbf{k}}}{2k_B T}\right) \right\}. \quad (4)$$

По этой формуле и делается дальнейший численный расчет, результаты которого сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

На рисунке 4 приведен результат расчета для тетрагональных соединений. Температурная зависимость сверхпроводящего параметра берется такой же, как для сдвига Найта Cu и O и поведения спин-решеточной релаксации [9]:

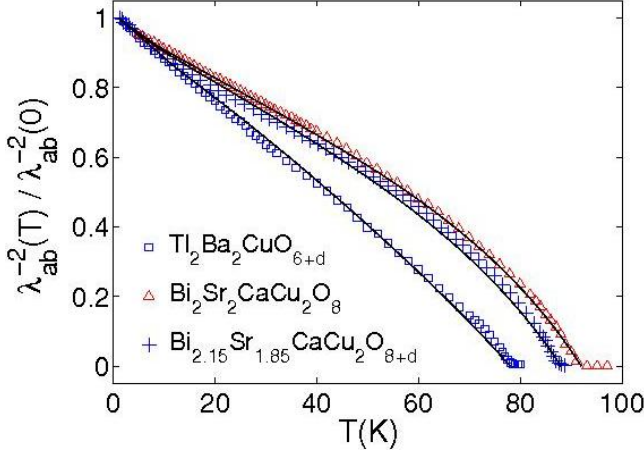


Рисунок 4. Температурная зависимость плотности носителей сверхпроводящего тока. Символы: экспериментальные данные в однослойном тетрагональном соединении  $\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$  ( $T_c = 78$  K) [10], в  $\text{Bi}_{2.15}\text{Sr}_{1.85}\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$  при оптимальном допировании  $\delta = 0.16$  (максимум  $T_c = 87$  K) [11] и в  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  ( $T_c = 93$  K) [12]. Сплошные линии показывают результаты расчета с  $\Delta_d = 15$  meV,  $\Delta_d = 24$  meV и  $\Delta_d = 26$  meV, соответственно.

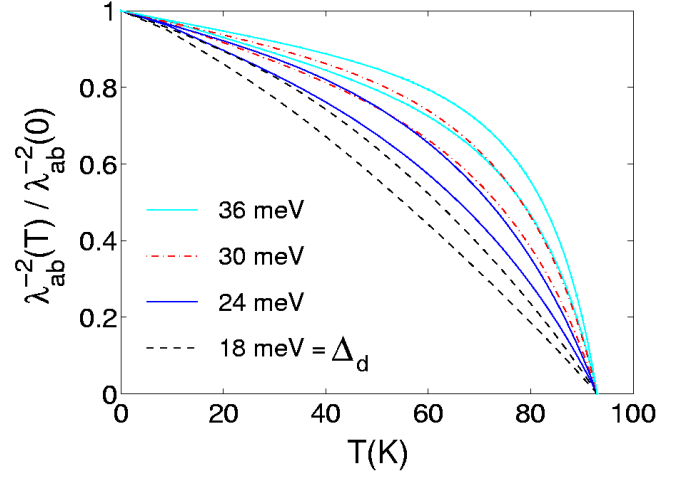


Рисунок 5. Расчетная зависимость плотности носителей сверхпроводящего тока  $n_s \propto 1/\lambda^2$  как функция температуры при разных значениях  $\Delta_d = 18, 24, 30$  и  $36$  meV, что соответствует  $2\Delta_d/k_B T_c = 4.5; 6; 7.5; 9$ , соответственно. Для всех кривых применяется  $\alpha \cong 1.76$ . Нижние кривые в каждой паре одного типа показывают тетрагональный случай. Соответствующие верхние кривые показывают расчеты с фиксированным  $\Delta_d$  в ромбическом случае:  $\delta_t = -0.03$ ,  $\alpha' \cong \alpha$ ,  $\Delta_s \cong 0.2\Delta_d$  и  $\Delta_{ph} \cong 0.2\Delta_d$ .

$$\Delta_k(T) = \frac{\Delta_d}{2} (\cos k_x a - \cos k_y a) \tanh \left( \alpha \sqrt{\frac{T_c}{T}} - 1 \right),$$

где  $\Delta_d \cong 24$  meV и  $\alpha \cong 1.76$ . По нашей теории характерное свойство – это линейное поведение глубины проникновения при низких температурах. Совпадение расчетных и экспериментальных данных можно рассматривать как доказательство  $d$ -волнового спаривания.

Следует подчеркнуть следующую важную особенность ВТСП соединений. Величина  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c$  сильно влияет на температурную зависимость  $1/\lambda^2$  вблизи  $T_c$ . Кривая этой зависимости может служить определением отношения  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c$  в соединениях ВТСП купратов. Рисунок 5 иллюстрирует этот эффект показывая рассчитанные кривые  $1/\lambda^2$  для целого набора  $\Delta_d$ .

При сравнении с экспериментальными данными важно отметить следующее: соединения  $\text{YBaCuO}$  не тетрагональны. Наличие ромбических искажений приводит к примеси  $s$ -волновой компоненты в параметр сверхпроводящей щели. Анализ интегрального уравнения щели и соображения симметрии приводят к заключению, что выражение для сверхпроводящей щели имеет вид:

$$\Delta_k(T) = \left[ \frac{\Delta_d}{2} (\cos k_x a - \cos k_y b) + \frac{\Delta_s}{2} (\cos k_x a + \cos k_y b) \right] \tanh \left[ \alpha \sqrt{(T_c/T)} - 1 \right] + \Delta_{ph}(T).$$

Параметр сверхпроводящей щели становится многокомпонентным. Компонента  $\Delta_{ph}$  обусловлена фононным механизмом спаривания. Ее зависимость от температуры может быть довольно сложной. Ниже, с целью упрощения, мы

используем для этой зависимости приближенное выражение  $\Delta_{ph}(T) = \Delta_{ph} \tanh[\alpha' \sqrt{(T_c/T) - 1}]$ . Из полуэмпирических оценок на основе фотоэмиссионных данных, нейтронного рассеивания, туннельной и рамановской спектроскопии в соединениях семейства  $\text{YBaCuO}$  получается  $\Delta_{ph} \cong 0.2\Delta_d$  и  $\Delta_s \cong 0.2\Delta_d$ . Результаты расчетов показаны на рисунках 5 и 6. Как видно, наличие небольшой примеси  $s$ -волновой компоненты в параметре сверхпроводящей щели не влияет качественно на изменение температурной зависимости сверхпроводящей плотности  $n_s \propto 1/\lambda^2$ . Тем не менее, ясно, что эффект ромбичности имеет большое значение для абсолютного значения  $\lambda_\alpha^{-2}(T)$ . В случае многокомпонентных сверхпроводников интерес представляет экспериментальное исследование этого эффекта.

Одно из важных свойств ВТСП – наличие изотопического эффекта на глубине проникновения магнитного поля в сверхпроводник. Как было подчеркнуто в работе [13], этот эффект дает важную информацию о взаимодействии подсистемы носителей зарядов с фононами и указывает на поляронный характер проводимости в этих соединениях. Обычные сверхпроводники не имеют подобного эффекта.

Рассмотрим экспериментальные данные для изотопического эффекта в сверхпроводнике  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ . На рисунке 7 показана температурная зависимость плотности сверхпроводящего тока рассчитанной по уравнению (4). Согласно уравнению (4) можно выделить две причины изотопического эффекта  $^{16}\text{O} - ^{18}\text{O}$  на глубине проникновения. Первая из них связана с изменением

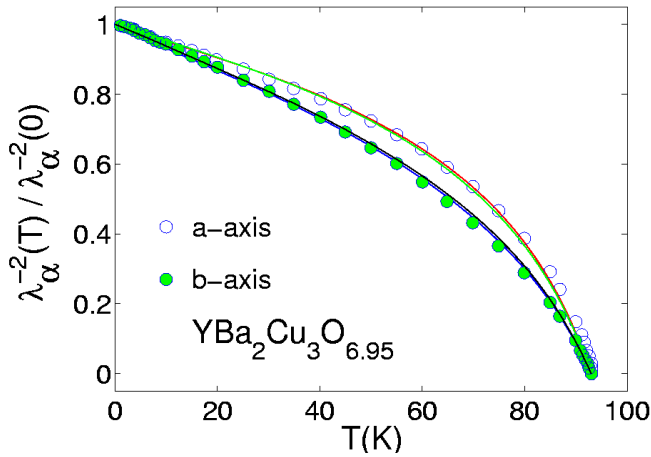


Рисунок 6. Температурная зависимость плотности носителей сверхпроводящего тока  $n_s \propto 1/\lambda^2$  в оптимально допированном  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-y}$  в направлении  $a$  и  $b$ . Экспериментальные данные из [14]. Сплошные линии показывают расчет  $1/\lambda^2$  для обоих  $\delta_t = -0.03$  и  $\delta_t = 0.03$  и со следующим набором параметров:  $\Delta_d = 25$  meV,  $\alpha \cong 2$ . Полученные отношения  $\Delta_s \cong 0.1\Delta_d$  и  $\Delta_{ph} \cong 0.1\Delta_d$ . Анализ показывает, что нельзя отличить  $\delta_t = -0.03$  и  $\delta_t = 0.03$  из нормированного построения  $\lambda_\alpha^{-2}(T)/\lambda_\alpha^{-2}(0)$ .

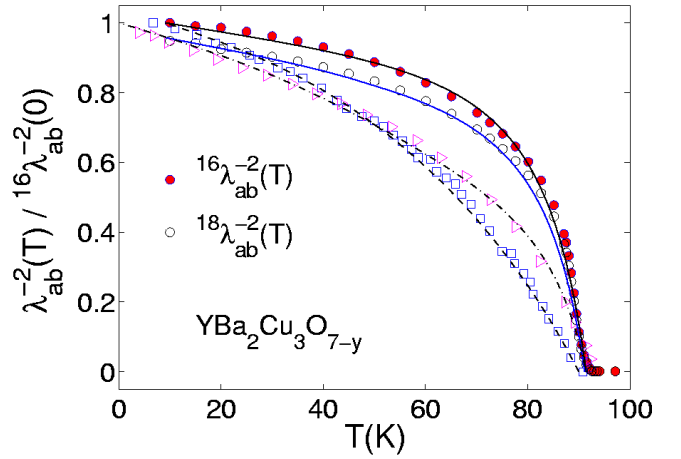


Рисунок 7. Температурная зависимость плотности носителей сверхпроводящего тока  $n_s \propto 1/\lambda^2$  в оптимально допированном  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-y}$ . Кружки показывают изотопический эффект измеренный в [15]. Сплошные линии показывают расчет  $1/\lambda^2$  со следующим набором параметров:  $\Delta_d = 40$  meV,  $\alpha \cong 1.76$ ,  $\delta_t = -0.03$ . Получившееся значение для изотопической  $^{16}\text{O} - ^{18}\text{O}$  перенормировки перескоков  $\alpha_t = 0.35$ . Треугольники и квадраты показывают данные из [14] и [16], соответственно. Пунктирные линии показывают результаты расчета, где  $\Delta_d$  изменяется на  $\Delta_d = 20$  meV, а штрихпунктирная линия с  $\Delta_d = 20$  meV и  $\alpha \cong 2.9$  и  $\alpha' \cong 2.5$ . Отношения  $\Delta_s \cong 0.1\Delta_d$  и  $\Delta_{ph} \cong 0.1\Delta_d$  всегда фиксированы.

сверхпроводящего параметра щели  $^{18}\Delta_m = ^{16}\Delta_m(1 - \alpha_{\Delta}\frac{\Delta_m}{m})$ , где  $\alpha_{\Delta}$  экспериментально измеряемый параметр из выражения  $^{18}T_c - ^{16}T_c = -\alpha_o ^{16}T_c\frac{\Delta_m}{m}$ . Его происхождение связано главным образом с компонентой  $\Delta_{ph}$ , которая в соответствии с теорией БКШ пропорциональна частоте Дебая. Другой источник изотопического эффекта связан с поляронной перенормировкой параметра суперобменного взаимодействия. Согласно экспериментальным данным [17]  $\alpha_o = 0.024(8)$ , изменения в значениях  $T_c$  малы. Тогда как суммарный изотопический эффект на глубине проникновения  $\beta_o = -\frac{d \ln \lambda}{d \ln m}$  равен  $\beta_o(\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7) \cong -0.21(4)$ . Экспериментальные данные логично объяснить, если предположить изменение эффективных параметров перескока  $t$ , как обмен  $^{16}\text{O} - ^{18}\text{O}$ ,  $^{18}t = ^{16}t(1 - \alpha_t\frac{\Delta_m}{m})$ . Следуя поляронной теории [18], мы предполагаем, что перенормировка интегралов перескока не зависит от расстояния между состояниями. Приняв вышеописанную процедуру как алгоритм для определения  $\alpha_t$ , находим  $\alpha_t(\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7) = 0.35$ . Подобная процедура, примененная к анализу экспериментальных данных [19], и дает  $\alpha_t(\text{La}_{1.85}\text{Sr}_{0.15}\text{CuO}_4) = 0.26$ .

Приведенный простой вывод выражения для сверхпроводящей плотности тока в приближении сильной связи, как мы надеемся, будет понятен более широкой аудитории и будет способствовать постановке новых исследований температурной зависимости проникновения магнитного поля в слоистых купратах. Наш анализ температурной зависимости плотности носителей сверхпроводящего тока  $n_s \propto 1/\lambda^2$  показывает, что кривизна графика очень чувствительна к отношению  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c$ . Экспериментальные данные для  $\lambda_{ab}^{-2}(T)$  в передопированном соединении  $\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$  ( $T_c = 78$  K) хорошо описывается со значением  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c \cong 4.5$ , тогда как для оптимально допированного  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  ( $T_c = 93$  K) величина  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c \cong 6.5$ . Различные экспериментальные методы для  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  соединений около точки оптимального допирования дают совершенно другое поведение для температурной зависимости  $\lambda_{ab}^{-2}(T)$ . Тем не менее, описание экспериментальных данных дает на самом деле такое же значение:  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c \cong 5.5$ .

Полученные нами отношения  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c$  согласуются с выводами об этой величине из других экспериментов. В частности, по фотоэмиссионным данным [20], для оптимально допированного  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ , значение отношения  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c = 6.1$ . Тогда как последние данные STM [21] дают  $2\Delta_m(T=0)/k_B T_c = 7.6$ . Рассчитанное нами значение 6.5 (из температурной зависимости глубины проникновения) лежит между этими значениями.

**В заключении** формулируются основные результаты и выводы.

## Основные результаты и выводы

В заключении сделаем акцент на основные результаты исследований представленных в диссертации и сформулируем положения, выносимые на защиту:

1. Решены интегральные уравнения типа БКШ для короткодействующих потенциалов спаривания с учетом взаимодействия ближайших соседей на квадратной решетке вплоть до шестых соседей.
2. Рассчитана зависимость параметра порядка от суммарного импульса куперовских пар в рамках модели с короткодействующими потенциалами спаривания. Показано, что импульс расспаривания по диагонали зоны Бриллюэна сопоставим с его значениям по координатным осям.
3. В приближение сильной связи выведена формула для глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник (лондоновская глубина проникновения). Формула справедлива при произвольном законе дисперсии квазичастиц и позволяет анализировать зависимость параметра порядка от волнового вектора.
4. Линейная температурная зависимость глубины проникновения магнитного поля в области низких температур свидетельствует в пользу доминирующего  $d$ -типа спаривания в ВТСП. Установлено, что этот вывод, сделанный ранее в приближении эффективной массы, сохраняется и в более реалистических моделях зоны проводимости, а также при учете ромбических искажений кристаллической решетки.
5. Полученная формула хорошо описывает температурный ход магнитной глубины проникновения и позволяет определить такой важный параметр сверхпроводника, как  $2\Delta_0/k_B T_c$ .

Работа выполнена при частичной поддержке Swiss National Science Foundation, Grant IZ73Z0 128242.

## Список публикаций по теме диссертации

1. Eremin, M. V. Binding energy of a Cooper pairs with non-zero center of mass momentum in  $d$ -wave superconductors / M. V. Eremin, **I. E. Lyubin** // Physics Letters A. – 2007. – № 366. – P. 503–506.
2. Eremin, M. V. London penetration depth in the tight binding approximation: orthorhombic distortion and oxygen isotope effects in cuprates / M. V. Eremin, I. A. Larionov, **I. E. Lyubin** // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2010. – № 22. – P. 185704.
3. **Любин, И. Е.** Зависимость энергии образования куперовских пар от суммарного импульса / И. Е. Любин, М. В. Еремин // Сборник трудов IX Международной молодежной научной школы "Актуальные проблемы магнитного резонанса и его приложений". – Казань, 13–18 июня 2005. – С. 74–77.
4. **Любин, И. Е.** О происхождении высших гармоник в зависимости сверхпроводящей щели от волнового вектора в ВТСП / И. Е. Любин, М. В. Еремин // Тезисы VI Научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов научно-образовательного центра Казанского государственного университета "Материалы и технологии XXI века". – Казань, 28 апреля 2006. – С. 69.
5. **Любин, И. Е.** Зависимость сверхпроводящей щели от волнового вектора в слоистых купратах / И. Е. Любин // Научная студенческая конференция Казанского Государственного университета. Физический факультет. – Казань, 12 мая 2006.
6. Еремин, М. В. Зависимость сверхпроводящей щели от волнового вектора в слоистых купратах / М. В. Еремин, **И. Е. Любин** // Юбилейная 20-я международная школа-семинар "Новые магнитные материалы микроэлектроники" (НМММ-20). – Москва, 12–16 июня 2006. – С. 852–854.
7. **Любин, И. Е.** Энергия образования куперовских пар с ненулевым суммарным импульсом при  $d$ -типе спаривания. Слоистые купраты / И. Е. Любин, М. В. Еремин // Сборник трудов второй международной конференции "Фундаментальные проблемы сверхпроводимости" (ФПС-06). – Звенигород, 9–13 октября 2006. – С. 65–66.
8. Еремин, М. В. О происхождении высших гармоник в параметре порядка ВТСП / М. В. Еремин, **И. Е. Любин**, А. А. Алеев // Сборник трудов второй международной конференции "Фундаментальные проблемы сверхпроводимости" (ФПС-06). – Звенигород, 9–13 октября 2006. – С. 48–49.
9. Eremin, M. V. Binding energy of a Cooper pairs in  $d$ -wave superconductors / M. V. Eremin, **I. E. Lyubin** // Proceedings of the X International Youth Scientific School "Actual problems of magnetic resonance and its application". – Kazan, 31 October – 3 November 2006. – P. 43–46.

10. Eremin, M. V. Binding energy of a Cooper pairs with non-zero center of mass momentum in *d*-wave superconductors / M. V. Eremin, **I. E. Lyubin** // Magnetic Resonance in Solids electronic journal. – 2007. – № 9. – P. 7–12.
11. **Lyubin, I. E.** Towards the Theory of Isotope Effect of the London Penetration Depth in cuprates / I. E. Lyubin, M. V. Eremin, I. M. Eremin, H. Keller // Сборник трудов третьей международной конференции "Фундаментальные проблемы сверхпроводимости" (ФПС-08). – Звенигород, 13–17 октября 2008. – С. 145–146.
12. Еремин, М. В. Лондоновская глубина проникновения в купратных ВТСП / М. В. Еремин, И. А. Ларионов, **И. Е. Любин**, Д. А. Сюняев // Тезисы докладов XXXIII международной зимней школы физиков теоретиков «Коуровка». – «Зеленый мыс», Новоуральск, Свердловская область, 22–27 февраля 2010. – С. 149.
13. Еремин, М. В. Дисперсия параметра порядка в ВТСП при наличии ромбических искажений кристаллической решетки / М. В. Еремин, М. А. Малахов, **И. Е. Любин**, Д. А. Сюняев // Тезисы докладов XXXIII международной зимней школы физиков теоретиков «Коуровка». – «Зеленый мыс», Новоуральск, Свердловская область, 22–27 февраля 2010. – С. 158.



## Список цитируемой литературы

1. Kotliar, G. Superexchange mechanism and  $d$ -wave superconductivity / G. Kotliar, J. Liu // *Physical Review B*. – 1988. – № 38. – P. 5132.
2. Shnyder, A. P. Theory for inelastic neutron scattering in orthorhombic high- $T_c$  superconductors / A. P. Shnyder, D. Manske, C. Mudry, M. Sigrist // *Physical Review B*. – 2006. – № 73. – P. 224523.
3. Mesot, J. Superconducting gap anisotropy and quasiparticle interactions: a doping dependent photoemission study / J. Mesot, M. R. Norman, H. Ding, M. Randeria, J. C. Campuzano, A. Paramekanti, H. M. Fretwell, A. Kaminski, T. Takeuchi, T. Yokoya, T. Sato, T. Takahashi, T. Mochiku, K. Kadowaki // *Physical Review Letters*. – 1999. – № 83(4). – P. 840–843.
4. Blumberg, G. Nonmonotonic  $d_{x^2-y^2}$  superconducting order parametr in  $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$  / G. Blumberg, A. Koitzsch, A. Gozar, B. S. Dennis, C. A. Kendziora, P. Fournier, R. L. Greene // *Physical Review Letters*. – 2002. – № 88(10). – P. 107002.
5. Cooper, L. N. Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas / L. N. Cooper // *Physical Review*. – 1956. – № 104. – P. 1189–1190.
6. Casas, M. The Cooper pair dispersion relation / M. Casas, S. Fujita, M. de Llano, A. Puente, A. Rigo, M. A. Solis // *Physica C*. – 1998. – № 295. – P. 93–100.
7. Eschrig, M. Effect of the magnetic resonance on the electronic spectra of high- $T_c$  superconductors / M. Eschrig, M. R. Norman // *Physical Review B*. – 2003. – № 67. – P. 144503.
8. Абрикосов, А. А. Основы теории металлов / А. А. Абрикосов. – М.: Наука, 1987. – 520 с.
9. Mayer, T. Spin dynamics of itinerant holes in HTSC cuprates: the singlet-correlated band model and its applications / T. Mayer, M. Eremin, I. Eremin, P. F. Meyer // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 2007. – № 19. – P. 116209.
10. Broun, D. M. In-plane microwave conductivity of the single-layer cuprate  $\text{Ti}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_{6+\delta}$  / D. M. Broun, D. C. Morgan, R. J. Ormeno, S. F. Lee, A. W. Tyler, A. P. Mackenzie, J. R. Waldram // *Physical Review B*. – 1997. – № 56. – P. R11443–R11446.
11. Anukool, W. Effect of hole doping on the London penetration depth in  $\text{Bi}_{2.15}\text{Sr}_{1.85}\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  and  $\text{Bi}_{2.1}\text{Sr}_{1.9}\text{Ca}_{0.85}\text{Y}_{0.15}\text{Cu}_2\text{O}_{8+\delta}$  / W. Anukool, S. Barakat, C. Panagopoulos, J. R. Cooper // *Physical Review B*. – 2009. – № 80. – P. 024516.
12. Lee, S. F.  $a$ - $b$  Plane Microwave Surface Impedance of a High-Quality  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  Single Crystal / S. F. Lee, D. C. Morgan, R. J. Ormeno,

- D. M. Broun, R. A. Doyle, J. R. Waldram, K. Kadowaki // *Physical Review Letters*. – 1996. – № 77. – P. 735–738.
13. Zhao, G. M. Oxygen isotope effects in  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ : evidence for polaronic charge carriers and their condensation / G. M. Zhao, K. Conder, H. Keller, K. A. Muller // *Journal of Physics: Condensed Matter*. – 1998. – № 10. – P. 9055–9066.
  14. Hardy, W. N. Precision measurements of the temperature dependence of  $\lambda$  in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.95}$ : Strong evidence for nodes in the gap function / W. N. Hardy, D. A. Bonn, D. C. Morgan, R. Liang, K. Zhang // *Physical Review Letters*. – 1993. – № 70. – P. 3999–4002.
  15. Khasanov, R. Direct Observation of the Oxygen Isotope Effect on the In-Plane Magnetic Field Penetration Depth in Optimally Doped  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  / R. Khasanov, D. G. Eshchenko, H. Luetkens, E. Morenzoni, T. Prokscha, A. Suter, N. Garifianov, M. Mali, J. Roos, K. Conder, H. Keller // *Physical Review Letters*. – 2004. – № 92. – P. 057602.
  16. Stajic, J. Cuprate pseudogap: Competing order parameters or precursor superconductivity / J. Stajic, A. Iyengar, K. Levin, B. R. Boyce, T. R. Lemberger // *Physical Review B*. – 2003. – № 68. – P. 024520.
  17. Khasanov, R. Direct Observation of the Oxygen Isotope Effect on the In-Plane Magnetic Field Penetration Depth in Optimally Doped  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  / R. Khasanov, D. G. Eshchenko, H. Luetkens, E. Morenzoni, T. Prokscha, A. Suter, N. Garifianov, M. Mali, J. Roos, K. Conder, H. Keller // *Physical Review Letters*. – 2004. – № 92. – P. 057602.
  18. Кугель, К. И. Поляронные эффекты и обменное взаимодействие в магнитных диэлектриках с Ян-теллеровскими ионами / К. И. Кугель, Д. И. Хомский // *ЖЭТФ*. – 1980. – № 79. – С. 987.
  19. Khasanov, R. Correlation between oxygen isotope effects on transition temperature and magnetic penetration depth in high-temperature superconductors close to optimal doping / R. Khasanov, A. Shengelaya, K. Conder, E. Morenzoni, I. M. Savic, J. Karpinski, H. Keller // *Physical Review B*. – 2006. – № 74. – P. 064504.
  20. Gu, C. Superconducting energy gap in  $\text{Bi}_{1.8}\text{Pb}_{0.4}\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10+\delta}$  studied by photoemission spectroscopy / C. Gu, B. W. Veal, R. Liu, A. P. Paulikas, P. Kostic, H. Ding, J. C. Campuzano, B. A. Andrews, R. I. R. Blyth, A. J. Arko, P. Manuel, D. Y. Kaufman, M. T. Lanagan // *Physical Review B*. – 1995. – № 51. – P. 1397–1400.
  21. Pushp, A. Extending Universal Nodal Excitations Optimizes Superconductivity in  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  / A. Pushp, C. V. Parker, A. N. Pasupathy, K. K. Gomes, S. Ono, J. Wen, Z. Xu, G. Gu, A. Yazdani // *Science*. – 2009. – № 324. – P. 1689.